

Aufgabe 1

Gegeben sei der Grundraum $\Omega = \{1, 2, 3, 4\}$ mit der σ -Algebra $\mathcal{F} = \mathcal{P}(\Omega)$, die von $\mathcal{E} = \{\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}\}$ erzeugt wird, d.h. $\mathcal{F} = \sigma(\mathcal{E})$.

- Sei μ die (diskrete) Gleichverteilung auf (Ω, \mathcal{F}) . Bestimmen Sie $\mu(E) \forall E \in \mathcal{E}$.
- Sei ν ein weiteres Wahrscheinlichkeitsmaß auf (Ω, \mathcal{F}) mit $\nu(\{1\}) = \nu(\{3\}) = 0.5$. Bestimmen Sie $\nu(E) \forall E \in \mathcal{E}$.
- Kann man mit dem Maßeindeutigkeitssatz folgern, dass μ und ν identisch sind?

Aufgabe 2

Gegeben sei die Funktion

$$G_a(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ a + \frac{1}{3}(1 - \exp(-x)) & x \geq 0 \end{cases} \quad a \in \mathbb{R}.$$

- Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$, sodass G_a eine Verteilungsfunktion ist.

Sei nun (Ω, \mathcal{F}, P) ein Wahrscheinlichkeitsraum und $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ eine Zufallsvariable. X sei gemäß G_a verteilt (Notation: $X \sim G_a$), d.h. die Verteilungsfunktion des Bildmaßes P_X sei gleich G_a .

- Bestimmen Sie $P(X \in]0, 2])$.

Aufgabe 3

Auf einem Wahrscheinlichkeitsraum (Ω, \mathcal{F}, P) sei X eine auf $[0, 1]$ stetig gleichverteilte Zufallsvariable, d.h. für das Bildmaß von X gelte $P_X = U([0, 1])$, oder kurz: $X \sim U([0, 1])$.

Bestimmen Sie die Verteilung der Zufallsvariablen $Y := F^{-1}(X)$ für eine bijektive und streng monoton wachsende Funktion $F : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$.

Aufgabe 4

Im Wintersemester 2014/15 waren unter den Studierenden der drei größten Münchner Hochschulen 47% an der LMU, 36% an der TU und 17% an der FH eingeschrieben. Der Anteil der weiblichen Studierenden an den drei Hochschulen betrug 60% (LMU), 33% (TU) bzw. 38% (FH). (Quelle: Bayerisches Landesamt für Statistik).

Das Studentenwerk macht unter den im WS 2014/15 eingeschriebenen Studierenden dieser drei Hochschulen eine Umfrage.

- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Studentin befragt wird?
- Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig befragte Studentin an der LMU / TU / FH studiert?