

**Aufgabe 1**

Gegeben seien zwei Ereignisse  $A$  und  $B$  mit  $P(A) = P(B) = 1/2$  und  $P(B|A) = 1/2$ . Sind  $A$  und  $B$  unabhängig? Wie groß ist  $P(A \cup B)$ ?

**Aufgabe 2**

Ein Korrektor verzichtet aufs Korrigieren von Klausuren und ermittelt die Noten, indem er einen sechsseitigen Würfel dreimal wirft und die kleinste auftretende Augenzahl als Endnote vergibt.

- Definieren Sie eine Zufallsvariable  $Z$  in Form einer Abbildung  $Z : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , die das Zufallsexperiment "Auswürfeln der Endnote" beschreibt. Geben Sie dazu die Ergebnismenge  $\Omega$  sowie die Zuordnungsvorschrift  $Z(\omega) = z$  für die Endnote an. Begründen Sie kurz, dass  $Z$  eine diskrete Zufallsvariable ist.
- Geben Sie die  $\omega \in \Omega$  an, die der Endnote  $Z = 5$  bzw.  $Z = 6$  entsprechen.
- Berechnen Sie die Verteilungsfunktion der ausgewürfelten Endnote. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit für das Bestehen der Klausur?

**Aufgabe 3**

Auf einer Hauptstraße regeln Ampeln an vier Kreuzungen unabhängig voneinander den Verkehr. Jede von ihnen gestattet oder verbietet einem Auto die Weiterfahrt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0.5. Ein Auto fährt diese Hauptstraße entlang. Aus verkehrstechnischen Gründen interessiert die Anzahl der Verkehrsampeln, an denen das Auto ohne Halt vorbeifährt.

- Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Auto ohne Halt an den ersten  $x$  Ampeln vorbeifährt, d.h.  $x = 0, 1, 2, 3, 4$ .
- Definieren Sie die zugehörige Zufallsvariable. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsdichte zu dieser Zufallsvariable.
- Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion dieser Zufallsvariable.

**Aufgabe 4**

Ein Wirt wird jeweils am Freitag mit Bier beliefert. Die pro Woche verbrauchte Biermenge wird in Hektolitern gemessen und sei eine Zufallsvariable mit Dichte

$$f(x) = (cx - 6x^2) I(x \in [0, 1]).$$

- Bestimmen Sie die Konstante  $c$ .
- Ermitteln Sie die zugehörige Verteilungsfunktion  $F(x)$ .
- Mit welcher W'keit werden in einer Woche
  - mehr als 0.8 Hektoliter verbraucht?
  - genau 0.5 Hektoliter verbraucht?
  - zwischen 0.5 und 0.8 Hektoliter verbraucht?
- Wie hoch ist der erwartete Bierverbrauch?

**Aufgabe 5\*** (Abgabe bis Dienstag, 03.05, 12:00 Uhr (s.t.) über Moodle möglich)

Sei  $X$  die Zufallsvariable, welche die Augenzahl beim Experiment “Werfen mit einem Würfel” beschreibt.

- (a) Geben Sie den Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, P)$  an.
- (b) Geben Sie die Verteilungsfunktion für  $X$  an und Stellen Sie diese graphisch dar!