

Statistische Software (R)

Paul Fink, M.Sc.

Institut für Statistik

Ludwig-Maximilians-Universität München

Matrizen und Lineare Algebra



Matrizen – Erstellung

Eine Matrix in R ist ein Vektor mit Dimensions-Attribut!!!

Erzeugen einer Matrix:

```
> x <- matrix(nrow = 4, ncol = 2, byrow = TRUE,  
+           data = c(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8))
```

```
> x
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]    1    2  
[2,]    3    4  
[3,]    5    6  
[4,]    7    8
```

Was machen die Argumente in der oben angegebenen Funktion?

```
?matrix
```

Matrizen – Eigenschaften

Abfrage bestimmter *Eigenschaften* der Matrix:

```
> dim(x)      # Dimension
```

```
[1] 4 2
```

```
> nrow(x)     # Anzahl Zeilen
```

```
[1] 4
```

```
> ncol(x)     # Anzahl Spalten
```

```
[1] 2
```

Matrix als ein spezieller Vektor mit Dimensionsattribut

```
> length(x)   # Laenge des Datenvektors
```

```
[1] 8
```

Matrizen – cbind()

Spaltenweise Vektoren und Matrizen verbinden mit `cbind()`

```
> y <- c(12, 3, 4, 1)
```

```
> cbind(x, y)
```

```
      y
[1,] 1 2 12
[2,] 3 4  3
[3,] 5 6  4
[4,] 7 8  1
```

```
> cbind(y, y)
```

```
      y y
[1,] 12 12
[2,]  3  3
[3,]  4  4
[4,]  1  1
```

Matrizen – rbind()

Zeilenweise Vektoren und Matrizen verbinden mit `rbind()`

```
> rbind(c(100, 0), x)
```

```
      [,1] [,2]  
[1,] 100   0  
[2,]   1   2  
[3,]   3   4  
[4,]   5   6  
[5,]   7   8
```

```
> rbind(x, x)
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]   1   2  
[2,]   3   4  
[3,]   5   6  
[4,]   7   8  
[5,]   1   2  
[6,]   3   4  
[7,]   5   6  
[8,]   7   8
```

Matrixoperationen

- Vorbelegung aller Matrixelemente mit einer bestimmten Zahl

```
> matrix(nrow = 4, ncol = 2, data = 1)
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]    1    1  
[2,]    1    1  
[3,]    1    1  
[4,]    1    1
```

- Konstruktion einer Diagonalmatrix, hier der Einheitsmatrix der Dimension 2

```
> diag(1, nrow = 2, ncol = 2)
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]    1    0  
[2,]    0    1
```

- Transponieren einer Matrix X (X'):

```
> t(x)
```

```
      [,1] [,2] [,3] [,4]  
[1,]    1    3    5    7  
[2,]    2    4    6    8
```

Matrixoperationen

- Matrixmultiplikation: Operator `%*%`

```
> y <- matrix(1:6, nrow = 2)
> z <- x %*% y
> z
```

```
      [,1] [,2] [,3]
[1,]    5   11   17
[2,]   11   25   39
[3,]   17   39   61
[4,]   23   53   83
```

- Kreuzprodukt ($X'X$) einer Matrix X : `crossprod()`

```
> xtx <- crossprod(x)
> xtx
```

```
      [,1] [,2]
[1,]   84  100
[2,]  100  120
```

Bemerkung: Ausführung schneller als `t(x) %*% x`

Matrixoperationen

- Multiplikation einer Matrix mit einem Vektor
Anzahl Elemente in Vektor \leq Anzahl Elemente in Matrix:

```
> 4 * x
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]    4    8  
[2,]   12   16  
[3,]   20   24  
[4,]   28   32
```

- Verrechnung von 2 Matrizen benötigt gleich Dimension!

```
> t(cbind(c(1,2), y)) + x
```

```
      [,1] [,2]  
[1,]    2    4  
[2,]    4    6  
[3,]    8   10  
[4,]   12   14
```

Matrixzugriff

- Matrixzugriff als Vektorzugriff je Dimension:

```
matrixobjekt [⟨Zeile⟩, ⟨Spalte⟩]
```

```
> z[3,]
```

```
[1] 17 39 61
```

```
> z[,2]
```

```
[1] 11 25 39 53
```

```
> z[3:4, -2] # einfacher als z[3:4, c(1,3)]
```

```
      [,1] [,2]
```

```
[1,]    17    61
```

```
[2,]    23    83
```

Prinzipiell jede Art des Vektorzugriffs möglich separat für jede Dimension

Übersicht

<code>matrix()</code>	Erstellen einer Matrix
<code>t()</code>	Transponieren einer Matrix
<code>%*%</code>	Matrixmultiplikation
<code>%o%</code> , <code>outer()</code>	Äußeres Produkt
<code>crossprod()</code>	Kreuzprodukt
<code>solve()</code>	Invertieren
<code>det()</code>	Determinante
<code>backsolve()</code> , <code>forwardsolve()</code>	Lösen von Gleichungssystemen
<code>eigen()</code>	Eigenwerte und Eigenvektoren
<code>nrow()</code> , <code>ncol()</code>	Anzahl Zeilen und Spalte
<code>dim()</code>	Dimension

1. Erstellen Sie die Matrix

$$X = \begin{pmatrix} 17 & 25 & 32 \\ 23 & 18 & 12 \\ 10 & 12 & 16 \\ 28 & 156 & 167 \end{pmatrix}$$

- a) Berechnen Sie $X'X$ auf 2 Arten! Wie ist die Dimension der Ergebnismatrix?
- b) Berechnen Sie XX' ! Wie ist die Dimension der Ergebnismatrix?

Aufgaben

2. Erstellen Sie eine 10×1 Matrix **a**, welche die Zahlen $1, 3, 5, \dots$ enthält und eine 1×10 Matrix **b** mit den Zahlen $2, 4, 6, \dots$
- a) Was liefert $a * a$? (Gemeint ist: unter Verwendung der herkömmlichen Multiplikation)
 - b) Was liefert $b' * b'$?
 - c) Berechnen Sie das Matrixprodukt ab . Wie ist die Dimension der Ergebnismatrix?
 - d) Berechnen Sie das Matrixprodukt $a'b'$ auf 2 Arten! Welche Dimension hat dieses Ergebnis? Ist das Ergebnis vom Typ Matrix?