

# Statistik IV für Nebenfachstudierende

## 4 Mehrkategoriale Regression

### 4.1. Wiederholung Grundkonzept binäre Regression

Prof. Dr. Andreas Mayr

Institut für Statistik, LMU München

Sommersemester 2017

# Binomialverteilung

Basis für das Logit-Modell ist die Binomialverteilung

$$Y \sim B(n, \pi)$$

$$P(Y = y) = \binom{n}{y} \pi^y (1 - \pi)^{n-y} \quad y \in \{0, \dots, n\}$$

mit

$$E(Y) = n\pi, \quad \text{Var}(Y) = n\pi(1 - \pi)$$

Wichtig im Logit-Modell sind:

- 1 Chancen (Odds)

$$\gamma(\pi) = \frac{\pi}{1 - \pi}$$

- 2 Logarithmierte Chancen (Log-Odds, Logits)

$$\text{Logit}(\pi) = \log(\gamma(\pi)) = \log\left(\frac{\pi}{1 - \pi}\right)$$

Für das Logit-Modell gelten folgende Zusammenhänge:

$$\pi(\underline{x}) = \frac{\exp(\underline{x}^\top \underline{\beta})}{1 + \exp(\underline{x}^\top \underline{\beta})}$$

bzw.

$$\frac{\pi(\underline{x})}{1 - \pi(\underline{x})} = \exp(\underline{x}^\top \underline{\beta})$$

bzw.

$$\log \left( \frac{\pi(\underline{x})}{1 - \pi(\underline{x})} \right) = \underline{x}^\top \underline{\beta} = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_p x_p$$

Man interpretiert häufig die Odds (Chancen) bzw. die Log-Odds (Logarithmierte Chancen).

# Odds-Ratios

- Odds-Ratios sind das Chancenverhältnis.
- z.B.: Chance unter Exposition im Verhältnis zu Chance ohne Exposition:

## Beispiel:

- *Studie:* Herzkrankheiten bei südafrikanischen Männern
- *Zielgröße:* kongestive Herzkrankheit (ja/nein)
- *untersuchte Einflussgrößen (Auswahl):*
  - Tabakkonsum (ja/nein)
  - Alkoholkonsum (ja/nein)
  - Familienvorgeschichte (ja/nein)

## Fortsetzung Beispiel (R output):

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z )	
(Intercept)	-1.687767	0.187832	-8.986	< 2e-16	***
tobacco	0.140233	0.025059	5.596	2.19e-08	***
alcohol	-0.001133	0.004291	-0.264	0.792	
famhistPresent	1.150282	0.212859	5.404	6.52e-08	***

## Interpretation?

$$\log\left(\frac{p}{1-p}\right) = \alpha + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_p$$
$$\Rightarrow \frac{p}{1-p} = \exp(\alpha + \beta_1 X_1 + \dots + \beta_p X_r)$$

**Odds-Ratios?**