Aufgabe 11:

An einer medizinischen Studie sind 197 Patienten beteiligt. Dabei sollen die Nebenwirkungen eines Medikamentes je nach Dosis des Medikaments X_1 und Alter (in Jahren) eines Patienten X_2 untersucht werden. Die Responsevariable Y ist binär mit folgender Kodierung:

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{falls Kopfschmerzen auftreten} \\ 0 & \text{falls keine Nebenwirkungen auftreten} \end{cases}$$

(a) Formulieren Sie für die gegebene Situation ein Logit-Modell.

(b) Als Schätzer für $\boldsymbol{\beta}$ ergibt sich

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \hat{\beta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.50 \\ 0.10 \\ 0.01 \end{pmatrix} .$$

Interpretieren Sie die Parameter $\hat{\beta}_0$ und $\hat{\beta}_1$ in Bezug auf die konkrete Studie.

(c*) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem 40-jährigen Patienten, der eine Dosis von 5 bekommt, Kopfschmerzen auftreten.

Aufgabe 12:

1000 Männer wurden gefragt, was sie am liebsten machen würden, wenn sie 3000 Euro gewinnen würden. Die Antwort auf diese Frage soll in Abhängigkeit vom Alter (in Jahren) X_1 untersucht werden. Die Befragten müssen sich für eine der folgenden Antwortmöglichkeiten Y entscheiden:

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{Drei Wochen in einem schönen Hotel verbringen} \\ 2 & \text{Ein Motorrad kaufen} \\ 3 & \text{Sparen} \end{cases}$$

Die Ausprägung 3 wird im Folgenden als Referenzkategorie festgelegt.

(a) Formulieren Sie für die gegebene Situation ein multinomiales Logit-Modell.

(b) Interpretieren Sie die Schätzer für $\boldsymbol{\beta}_1$ in Bezug auf die konkrete Studie.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_1 = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{10} \\ \hat{\beta}_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.50 \\ 0.01 \end{pmatrix} \qquad \hat{\boldsymbol{\beta}}_2 = \begin{pmatrix} \hat{\beta}_{20} \\ \hat{\beta}_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.30 \\ -0.01 \end{pmatrix} .$$

(c*) Für welche Möglichkeit würde sich nach dem Modell ein 26 Jahre alter Mann entscheiden? Geben Sie die geschätzten Wahrscheinlichkeiten für alle Antwortmöglichkeiten an.

(d) Skizzieren Sie $\hat{P}(Y = 1|x_1), \hat{P}(Y = 2|x_1)$ und $\hat{P}(Y = 3|x_1)$ als Funktionen von x_1 in einem Diagramm.