

Aufgabe 15:

In einer Studie wurde für Personen mit einem nicht erhöhtem Risiko für Herzprobleme (Klasse 1) und einem erhöhtem Risiko für Herzprobleme (Klasse 2) EKG-Untersuchungen durchgeführt. Das Resultat dieser Erhebung in Form der bedingten Verteilung der EKG-Ergebnisse in den beiden Klassen wird in der Tabelle wiedergegeben. Zusätzlich sind die a priori Wahrscheinlichkeiten für die jeweilige Klassenzugehörigkeit bekannt.

Im folgendem soll nun ein beliebige Person aufgrund ihres EKG-Ergebnisses $X \in \{N, S\}$ in einer der beiden Klassen $Y \in \{1, 2\}$ eingeteilt werden.

		X		a priori Wahrscheinlichkeiten
		N (EKG normal)	S (EKG schlecht)	
Y	Klasse 1 (nicht erhöht)	0.95	0.05	p
	Klasse 2 (erhöht)	0.10	0.90	$1 - p$

- (a) Bestimmen Sie die Bayes-Zuordnung in Abhängigkeit vom Parameter p . Ist keine eindeutige Zuordnung möglich, so erfolgt eine Zuordnung zu Klasse 1.
- (b) Bestimmen Sie für $p = 0.2$ die individuellen Fehlerraten ϵ_{12} und ϵ_{21} .
- (c) Bestimmen Sie für $p = 0.2$ die Gesamtfehlerrate ϵ .
- (d*) Bestimmen Sie die ML-Zuordnung.
- (e) Welche Fehlerraten ergeben sich für die ML-Zuordnung?
- (f) Es ist schlimmer, einen Patienten mit erhöhtem Risiko als risikofrei einzustufen (und daher keine Behandlung anzufangen), als bei einem Patienten ohne Risiko eine weitere, eigentlich unnötige Untersuchung durchzuführen. Deswegen werden Kosten für die Fehleinstufung eingeführt.
Wie lautet die kostenoptimale Zuordnungsregel für $p = 0.2$ bei Verwendung der folgenden Kostentabelle?

c_{ij}	1	2
1	0	1
2	5	0