

Aufgabe 16:

Eine Bank will bei der Kreditvergabe ihre Kunden nach dem Prinzip der Minimierung der globalen Fehlklassifikationswahrscheinlichkeit in risikobehaftete (Klasse 1) und unbedenkliche (Klasse 2) Kreditnehmer einordnen. Zur Klassifizierung wird ein Bonitätsindex verwendet, von dem angenommen wird, dass er in beiden Klassen normalverteilt ist mit Varianz $\sigma^2 = 200$ und Erwartungswerten $\mu_1 = 25$ in der risikobehafteten Klasse und $\mu_2 = 50$ in der unbedenklichen Klasse.

- (a) Welcher Klasse wird ein potenzieller Kreditnehmer mit einem Bonitätsindex von 32.2 zugeordnet, wenn die a priori Wahrscheinlichkeit für die Zugehörigkeit zur Klasse 1 $p(1) = 0.3$ beträgt?
- (b) Die a priori Wahrscheinlichkeiten der Klassenzugehörigkeit seien nun für beide Klassen identisch. Bestimmen Sie die Bereiche des Bonitätsindex, für die eine Klassifikation in Klasse 1 bzw. Klasse 2 erfolgt.
- (c) Wie groß muss μ_2 bei identischen a priori Wahrscheinlichkeiten mindestens sein ($\mu_1 = 25$), damit auch ein Kunde mit Bonitätsindex 49.5 noch in Klasse 1 zugeordnet wird?

Aufgabe 17:

Der zweidimensionale Merkmalsvektor X sei in den Klassen $\{1, 2, 3\}$ normalverteilt mit

$$\begin{aligned} X | Y = 1 &\sim N_2(\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{\Sigma}) \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\mu}_1 = (4, 12)^\top, \\ X | Y = 2 &\sim N_2(\boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{\Sigma}) \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\mu}_2 = (12, 8)^\top, \\ X | Y = 3 &\sim N_2(\boldsymbol{\mu}_3, \boldsymbol{\Sigma}) \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\mu}_3 = (4, 8)^\top. \end{aligned}$$

Für die a priori Wahrscheinlichkeiten gelte $p(1) = p(2) = p(3) = 1/3$. Bestimmen Sie unter Anwendung der Bayes-Zuordnungsregel die Trenngeraden zwischen je zwei Klassen, und zeichnen Sie die Klassengebiete, wenn gilt

(a) $\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{I}$,

(b) $\boldsymbol{\Sigma} = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$. (Selbststudium)