

Aufgabe 1

Schreiben Sie in \mathbb{R} eine Funktion, welche die Pfade des Wiener Prozesses simuliert und visualisiert.

Aufgabe 2

Sei $\{W(t), t \in \mathbb{R}_+\}$ ein Wiener Prozess. Welche der folgenden Prozesse bilden ebenfalls einen Wiener Prozess?

a) $X_1(t) = \frac{1}{\sqrt{c}}W(ct)$ mit $c > 0$

b) $X_2(t) = \sqrt{t}W(1)$

c) $X_3(t) = 3W(t^2)$

Aufgabe 3

Sei $\{W(t), t \in \mathbb{R}_+\}$ ein Wiener Prozess und sei $0 \leq s < t$. Verifizieren sie unter Verwendung der gemeinsamen Verteilung von $(W(s), W(t))'$ die bedingten Verteilungen

a) $W(t) | W(s) = a \sim N(a, \sigma^2(t-s))$

b) $W(s) | W(t) = b \sim N\left(\frac{s}{t}b, \sigma^2\frac{s}{t}(t-s)\right)$.

Interpretieren Sie Erwartungswert und Varianz der beiden bedingten Verteilungen.