

Aufgabe 11* (20 Punkte)

Die PM10-Jahresmittelwerte an bayerischen Verkehrsmessstation für das Jahr 2014 betragen:

20, 27, 22, 20, 22, 20, 19, 20,
17, 27, 23, 27, 22, 27, 25.

- a) Geben Sie das arithmetische Mittel sowie den Median und die beiden Quartile an.
- b) Zeichnen Sie ein Histogramm mit 4 Klassen gleicher Klassenbreite und charakterisieren Sie die Verteilung.
- c) Zeichnen Sie einen einfachen Boxplot. Welcher Nachteil bei der Darstellung mit einem Boxplot wird hier deutlich?
- d) In welchem Fall wäre der obere Whisker in einem einfachen Boxplot nicht vorhanden? Für welche Datensituation besteht der einfache Boxplot nur aus einem horizontalen Strich?
- e) Zeichnen Sie die zugehörige empirische Verteilungsfunktion. Inwiefern ist die Struktur der Verteilung auch in der Verteilungsfunktion sichtbar?

Aufgabe 12

Bestimmen Sie zu gegebenen reellen Werten x_1, \dots, x_n diejenigen Werte μ und m , die folgende Ausdrücke minimieren:

$$h(\mu) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2, \quad h(m) = \sum_{i=1}^n |x_i - m|.$$

Aufgabe 13

Beweisen Sie folgende Aussagen:

- (a) Die Summe der Abweichungen der Daten vom arithmetischen Mittel ist null (Schwerpunkteigenschaft):

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0.$$

- (b) Für die Varianz bei Schichtenbildung gilt die folgende **Streuungszerlegung**:

$$\tilde{s}^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^r n_j \tilde{s}_j^2 + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^r n_j (\bar{x}_j - \bar{x})^2,$$

wobei

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^r n_j \bar{x}_j,$$

das arithmetische Gesamtmittel bei Schichtenbildung mit r Schichten mit den Umfängen n_1, \dots, n_r und arithmetischen Mitteln $\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_r$ ist, $n = n_1 + \dots + n_r$ gilt und

$$\tilde{s}_j^2 = \frac{1}{n_j} \sum_{i=n_0+\dots+n_{j-1}+1}^{n_0+\dots+n_j} (x_i - \bar{x}_j)^2$$

die zugehörigen Schichtvarianzen bezeichnet und $n_0 := 0$.

Aufgabe 14

Ein Radiosender startet regelmäßig eine Umfrage zu den Hörgewohnheiten seines Publikums. Zur Beantwortung der Frage „Wieviele Stunden hörten Sie gestern Radio?“ konnten die Teilnehmer zehn Kategorien ankreuzen. In den Jahren 1960, 1980 und 2000 sahen die Antworten folgendermaßen aus:

Stunden	[0,1)	[1,2)	[2,3)	[3,4)	[4,5)	[5,6)	[6,7)	[7,8)	[8,9)	[9,10)	Σ
Anzahl 1960	5	3	10	9	13	18	21	27	12	3	$n_1 = 121$
Anzahl 1980	6	7	5	20	29	27	13	5	3	2	$n_2 = 117$
Anzahl 2000	35	24	13	8	9	4	2	1	0	1	$n_3 = 97$

- (a) Bestimmen Sie aus den klassierten Daten die Lagemaße arithmetisches Mittel, Modus und Median.
- (b) Wie drücken sich die geänderten Hörgewohnheiten durch die drei unter (a) berechneten Lagemaße aus?

Aufgabe 15

Der kleine Nils Holgersson und die Wildgänse haben sich vorgenommen, die Strecke zwischen Malmö und Stockholm (Länge: 418 km) in 8 Stunden zurückzulegen. Die ersten 180 km schaffen sie mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 48 km/h. Da die Wildgänse allmählich müde werden erreichen sie auf den nächsten 117 km nur noch 37 km/h. Auf der letzten Strecke hingegen feuert Nils seine Reisegefährten noch einmal an, so dass sie auf diesem Teilstück auf eine Durchschnittsreisegeschwindigkeit von 52 km/h kommen.

- (a) Berechnen Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit über die gesamte Strecke von 418 km.
- (b) Schaffen die Wildgänse die Strecke innerhalb der 8 Stunden?

Aufgabe 16

Die fiktive Bäckerei „Backstube“ eröffnete im Jahr 2005 eine Zweigstelle in Augsburg, in der sie ihren Umsatz von Jahr zu Jahr steigern konnte:

Jahr	2005	2006	2007	2008	2009
Umsatz (in Euro)	510 000	530 700	590 200	640 800	

- (a) Ermitteln Sie den durchschnittlichen Umsatz für die Jahre 2005-2009, wobei angenommen werden soll, dass der Umsatz im Jahr 2009 noch einmal um 20 Prozent im Vergleich zum Vorjahr gesteigert werden konnte.
- (b) Berechnen Sie ein geeignetes Mittel für die Wachstumsfaktoren.