

Die folgende Aufgabe stellt ein Zusatzangebot zum Vertiefen der Veranstaltungsinhalte dar und wird nicht explizit im Übungsbetrieb besprochen.

Eine entsprechende Lösung wird nach Ablauf der Bearbeitungsfrist zur Verfügung gestellt.

Aufgabe 1

Der Prozess, der zu einer Einweisung einer Person in ein Krankenhaus führt, kann durch eine Markov-Kette 1. Ordnung mit der folgenden Übergangsmatrix für die Zustände S_0, \dots, S_4 beschrieben werden:

$$\begin{pmatrix} S_0 & S_1 & S_2 & S_3 & S_4 \\ p_{00} & p_{01} & p_{02} & 0 & p_{04} \\ 0 & p_{11} & 0 & p_{13} & p_{14} \\ 0 & 0 & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} S_0 \text{ gesund} \\ S_1 \text{ leichte Erkrankung, nicht im Krankenhaus} \\ S_2 \text{ schwere Erkrankung, im Krankenhaus} \\ S_3 \text{ krank, im Krankenhaus} \\ S_4 \text{ tot} \end{array}$$

- (a) Zeichnen Sie den zur Übergangsmatrix gehörenden Markov-Graphen.
- (b) Interpretieren Sie die Vorgaben für $p_{03} = 0$, $p_{12} = 0$, $p_{21} = 0$, $p_{33} = 1$ und $p_{34} = 0$.
- (c) Welche Zustände sind offen, welche abgeschlossen?
- (d) Geben Sie die Klasseneinteilung für die Markov-Kette an und bringen Sie die Übergangsmatrix in die kanonische Form.
- (e) Welche Zustände sind absorbierend?
- (f) Ist die Markov-Kette irreduzibel?