

Die folgende Aufgabe stellt ein Zusatzangebot zum Vertiefen der Veranstaltungsinhalte dar und wird nicht explizit im Übungsbetrieb besprochen.

Eine entsprechende Lösung wird nach Ablauf der Bearbeitungsfrist zur Verfügung gestellt.

### Aufgabe 1

Gegeben sei ein homogener Poisson-Prozess  $\{N(t), t \geq 0\}$  mit der Rate  $\lambda > 0$ . Dabei seien  $t$  und  $s$  zwei verschiedene Zeitpunkte, also  $t \neq s$ , und  $i \in \mathbb{N}_0$  ein Zustand.

- a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, mit welcher der Prozess zum Zeitpunkt  $t$  und zum Zeitpunkt  $s$  im Zustand  $i$  ist. Interpretieren Sie das Ergebnis.
- b) Wie lassen sich Pfade von  $N(t)$  auf dem Zeitintervall  $[0, s]$  mit  $s > 0$  simulieren? Beschreiben Sie das Vorgehen in eigenen Worten, als Pseudoalgorithmus oder geben Sie R-Code an.
- c) Warum handelt es sich beim Poisson-Prozess um einen Markov-Prozess? Geben Sie für den Poisson-Prozess (schematisch) die Intensitätsmatrix  $\mathbf{\Lambda}$  und die Übergangsmatrix  $\mathbf{Q}$  der eingebetteten Markov-Kette an.