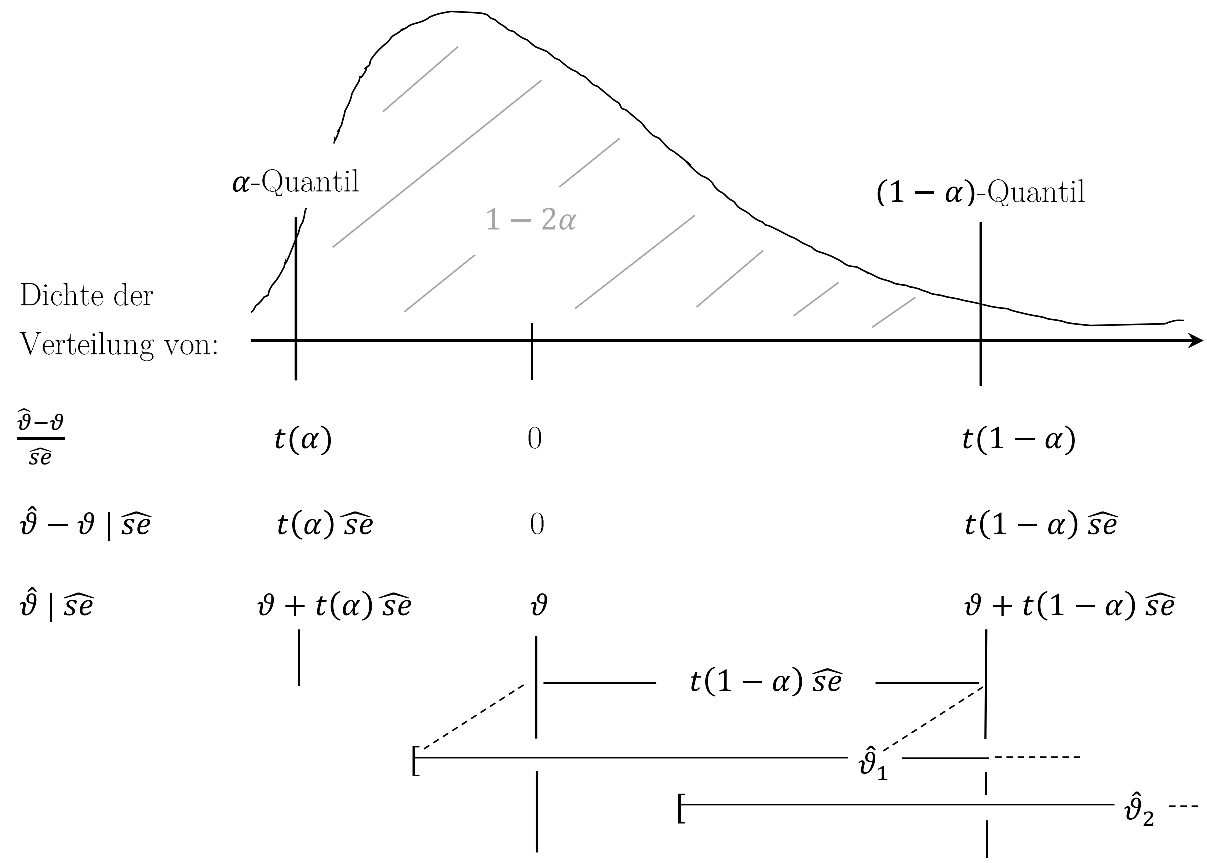
Wie kommt man auf das Bootstrap-t-Intervall?

Gesucht:

zufälliges Intervall $KI(\boldsymbol{X}) = [\, \hat{\vartheta}(\boldsymbol{X}) - a \,;\, \hat{\vartheta}(\boldsymbol{X}) + b]$ mit $P(\, KI(\boldsymbol{X}) \ni \vartheta \,) = 1 - 2\alpha$.



$\hat{\vartheta}_1$ ist noch unterhalb des $(1-\alpha)$-Quantils und damit noch nicht zu extrem. Das KI um $\hat{\vartheta}_1$ muss das wahre ϑ also noch enthalten.

$\hat{\vartheta}_2$ ist oberhalb des $(1-\alpha)$-Quantils. Deshalb muss das KI um $\hat{\vartheta}_2$ das wahre ϑ nicht mehr enthalten.

Damit sollte $a = t(1-\alpha)\,\widehat{se}$ die Länge der linken Seite des KIs sein und analog $\mathrm{b} = -t(\alpha)\,\widehat{se}$ die Länge der rechten Seite („$-$“ da $t(\alpha) < 0$).

Anders als beim normalen t-Test wird beim Bootstrap-t-Test nicht angenommen, dass $\frac{\hat{\vartheta}-\vartheta}{\widehat{se}}$ t-verteilt ist. Damit sind $t(\alpha)$ und $t(1-\alpha)$ auch **nicht** die Quantile der t-Verteilung. Die Bezeichnung kommt daher, dass dieselbe Teststatistik wie beim t-Test verwendet wird. Die Quantile werden stattdessen, als $\hat{t}_{Boot}(\alpha)$ und $\hat{t}_{Boot}(1-\alpha)$, durch Bootstrap geschätzt.

Damit ergibt sich das Bootstrap-t-Konfidenzintervall:

$$KI(\boldsymbol{X}) = [\, \hat{\vartheta}(\boldsymbol{X}) - \hat{t}_{Boot}(1-\alpha)\,\widehat{se} \,;\, \hat{\vartheta}(\boldsymbol{X}) - \hat{t}_{Boot}(\alpha)\,\widehat{se}]$$