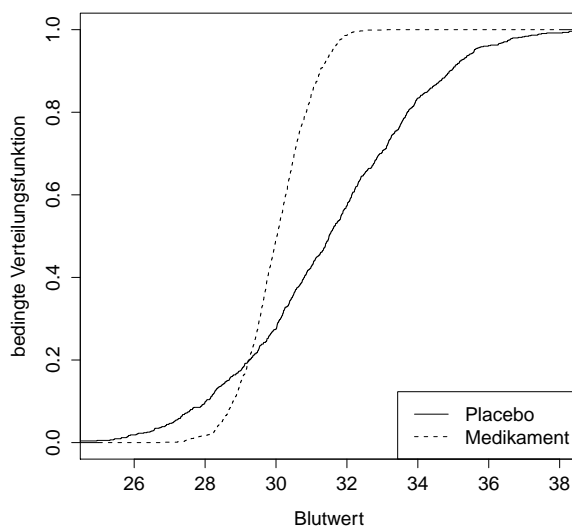


*Hinweis:* Nach einer kurzen Wiederholung der Quantilregression soll diese Aufgabe im Tutorium selbstständig bearbeitet werden. Die Lösung wird am Ende vorgestellt.

**Aufgabe 5** (Quantilregression mit binärer Einflussgröße)

Bei 1750 Patienten wurde ein Blutwert  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, 1750$ , gemessen. Von diesen Patienten wurden 750 zuvor mit einem Placebo ( $x_i = 0$ ) und 1000 mit einem Medikament ( $x_i = 1$ ) behandelt. Für die Blutwerte ergaben sich die folgenden empirischen bedingten Verteilungsfunktionen:



Mit Hilfe des Modells

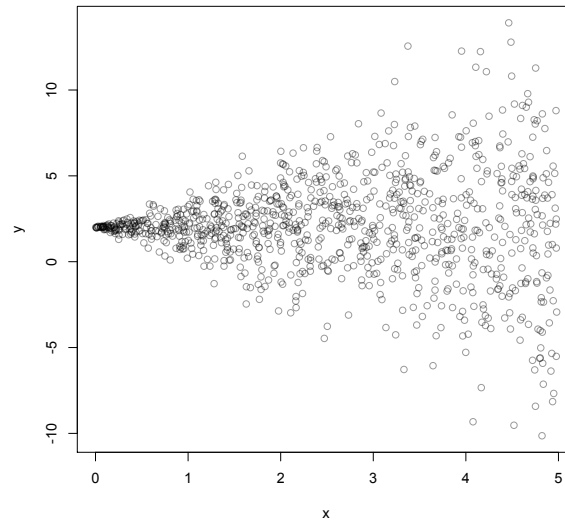
$$y_i = \beta_{\tau 0} + \beta_{\tau 1} x_i + \varepsilon_{\tau i} \quad \text{mit } F_{\varepsilon_{\tau i}}(0) = \tau \quad \text{für } i = 1, \dots, 1750$$

soll nun für festes  $\tau \in (0, 1)$  das  $\tau$ -Quantil der Blutwerte in Abhängigkeit von der Behandlungsmethode geschätzt werden.

- (a) Skizzieren Sie den geschätzten Behandlungseffekt  $\hat{\beta}_{\tau 1}$  in Abhängigkeit von  $\tau \in (0, 1)$  und interpretieren Sie das Ergebnis für  $\tau = 0.2$  und  $\tau = 0.5$ .
- (b) Würde man im hier vorliegenden Fall ein vergleichbares Ergebnis mittels klassischer linearer Regression erzielen? Begründen Sie Ihre Antwort.

### Aufgabe 6 (Quantilregression mit stetiger Einflussgröße)

Bei 1000 Patienten wurde ein Blutwert  $y_i$ ,  $i = 1, \dots, 1000$ , gemessen. Zusätzlich wurde jeweils das Alter  $x_i$  der Patienten erhoben. Für die beobachteten Blutwerte ergab sich der folgende Scatterplot in Abhängigkeit vom Alter:



Mit Hilfe des Modells

$$y_i = \beta_{\tau 0} + \beta_{\tau 1} x_i + \varepsilon_{\tau i} \quad \text{mit } F_{\varepsilon_{\tau i}}(0) = \tau \quad \text{für } i = 1, \dots, 1000$$

soll nun für festes  $\tau \in (0, 1)$  das  $\tau$ -Quantil der Blutwerte in Abhängigkeit vom Alter geschätzt werden.

- Skizzieren Sie  $Q_{\tau}(y_i|x_i)$ , das  $\tau$ -Quantil von  $y$ , in Abhängigkeit von  $x$  für  $\tau = 0.1$ ,  $\tau = 0.5$  und  $\tau = 0.9$  in den Plot.
- Bestimmen Sie visuell den geschätzten Intercept  $\hat{\beta}_{\tau 0}$  sowie den geschätzten Alterseffekt  $\hat{\beta}_{\tau 1}$  für  $\tau = 0.1$ ,  $\tau = 0.5$  und  $\tau = 0.9$  und interpretieren Sie das Ergebnis.
- Würde man im hier vorliegenden Fall ein vergleichbares Ergebnis mittels klassischer linearer Regression erzielen? Begründen Sie Ihre Antwort.