

Aufgabe 16

Für die Daten x_1, \dots, x_n soll ein Histogramm mit k Klassen und Klassengrenzen $c_0 < c_1 < \dots < c_k$, $c_0 \leq \min_i x_i$, $\max_i x_i \leq c_k$ betrachtet werden. Für die abzutragende Höhe \tilde{f}_j der j -ten Klasse ($j = 1, \dots, k$) mit Klassenbreite $d_j = d$ für alle j gilt

$$\tilde{f}_j(x) = \begin{cases} f_j/d, & x \in [c_{j-1}, c_j), \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Zeigen Sie, dass unter Berücksichtigung aller k Klassen für die abzutragende Höhe an einer beliebigen Stelle $x \in \mathbb{R}$ gilt

$$\tilde{f}(x) = \frac{1}{nd} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k 1_{\{x_i \in [c_{j-1}, c_j)\}} 1_{\{x \in [c_{j-1}, c_j)\}}, \text{ mit } 1_{\{x \in A\}} = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (b) Zeigen Sie, dass

$$\int_{-\infty}^{\infty} \tilde{f}(x) dx = 1.$$

Aufgabe 17

Das Programm R enthält einen Datensatz zu den Eruptionen des Old Faithful Geisir im Yellowstone National Park (Wyoming, USA). Der Datensatz heißt `faithful`, enthält zwei Variablen und kann direkt aufgerufen werden.

- (a) Stellen Sie die Variable `waiting` mit einem Histogramm dar. Verwenden Sie dazu einmal die Standardeinstellung von R und einmal die Option `breaks = 20`. Stellen Sie die empirische Dichte der Variable außerdem mit einem Kerndichteschätzer dar. Verwenden Sie einmal die Standardeinstellung von R und einmal die halbe Standardbandbreite.
- (b) Erzeugen Sie einen Normal-Q-Q-Plot für die Variable `waiting` und interpretieren Sie die Graphik kurz.

Aufgabe 18

Die Warenausfuhr des deutschen Außenhandels betrug 2006 893.042 Mrd. Euro. Sie stieg 2008 gegenüber 2006 um 10.2009% und betrug 2010 951.959 Mrd. Euro.

- (a) Wie hat sich die Warenausfuhr im Zeitraum von 2006 bis 2010 im Mittel jährlich entwickelt?

Angenommen diese durchschnittliche Entwicklung der Warenausfuhr im Zeitraum 2006 bis 2010 setzt sich in den nächsten Jahren fort,

- (b) wie hoch wird die Warenausfuhr im Jahre 2011 voraussichtlich sein?
(c) In welchem Jahr wird die Warenausfuhr 1500 Mrd. Euro überschreiten?

Aufgabe 19

Der Deutsche Wetterdienst hat am 27.11.2012 folgende stündlichen Mittel für die Temperatur in °C in der Münchner Innenstadt gemessen:

7.2	7.2	6.8	7.2	7.4	7.1	7.0	7.2	7.5	7.7	7.9	8.3
7.9	7.6	7.2	7.1	6.9	6.9	6.7	6.2	6.4	6.2	6.2	6.2

- (a) Berechnen Sie das arithmetische Mittel, den Median, den Interquartilsabstand und die Varianz der Temperatur in °C. Charakterisieren Sie die Verteilung.
- (b) Bestimmen Sie nun durch geeignete Transformation die Werte von arithmetischem Mittel, Median, Interquartilsabstand und Varianz in Grad Fahrenheit (*Hinweis*: Umrechnung von Grad Fahrenheit in Grad Celcius: $y[^{\circ}F] = \frac{9}{5}x[^{\circ}C] + 32$.)
- (c) Geben Sie den MAD und MedAD für die Temperatur in °C an.
- (d) Der Variationskoeffizient gilt als skalierungsunabhängiges Streuungsmaß. Kann daraus abgeleitet werden, dass die Variationskoeffizienten für die Temperatur in °F und in °C gleich sind? Begründen Sie!

Aufgabe 20

Für drei Datensätze liegen jeweils ein Histogramm und ein Normal-QQ-Plot vor. Ordnen Sie die Normal-QQ-Plots (A)-(C) den Histogrammen (i) - (iii) zu. Begründen Sie Ihr Vorgehen kurz.

