

Übungsblatt 3 - Lösungsvorschlag

Aufgabe 11:

a) verwende geometrisches Mittel mit x_i als prozentualen Wachstumsfaktor

1. Anlageform

$$\bar{x}_{G1} = \sqrt[4]{1.02 \cdot 1.04 \cdot 1.08 \cdot 1.016} \approx 1.0737$$

⇒ mittlere Jahresrendite: 7.37%

2. Anlageform

$$\bar{x}_{G2} = \sqrt[4]{1.075 \cdot 1.075 \cdot 1.075 \cdot 1.075} = 1.075$$

⇒ mittlere Jahresrendite: 7.5%

⇒ Die zweite Anlageform besitzt die höhere mittlere Jahresrendite.

(Achtung: In dieser Aufgabe ist nur nach der mittleren Jahresrendite gefragt. Es wird hingegen nicht gefragt mit welcher Anlageform der Investor mehr Gewinn macht → Es ist unerheblich in welchen Anteilen er den Betrag auf die zwei Anlageformen verteilt.)

b) verwende gewichtetes Mittel

Insgesamt hat Johnny getrunken: $2 \cdot 0.51 + 0.31 + 0.021 + 0.41 = 1.721$

$$\begin{aligned} \bar{x}_\lambda &= \frac{\overbrace{2 \cdot 0.5}^\lambda}{1.72} \cdot 0.056 + \frac{0.3}{1.72} \cdot 0.12 + \frac{0.02}{1.72} \cdot 0.38 + \frac{0.4}{1.72} \cdot 0.18 \\ &= \frac{1}{1.72} \cdot (2 \cdot 0.5 \cdot 0.056 + 0.3 \cdot 0.12 + 0.02 \cdot 0.38 + 0.4 \cdot 0.18) \\ &= \frac{0.1716}{1.72} \approx 0.1 \end{aligned}$$

⇒ Er hat im Mittel 100 ml Alkohol pro Liter getrunken.

⇒ Insgesamt hat er 172 ml Alkohol getrunken. ($0.1 \cdot 1.721 = 172$ ml)

c) verwende harmonisches Mittel

$$\begin{aligned} \bar{x}_n &= \frac{1 \text{ km} + 5 \text{ km} + 20 \text{ km} + 5 \text{ km}}{30 \text{ min} + \frac{5 \text{ km}}{\frac{45 \text{ km}}{60 \text{ min}}} + 25 \text{ min} + 25 \text{ min}} \approx \frac{31}{86,67} \approx 0.3577 \frac{\text{km}}{\text{min}} \\ &\hat{=} 21.46 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned}$$

(Anmerkung: $\frac{l_i}{x_i} = \frac{\frac{\text{km}}{\text{min}}}{\frac{\text{km}}{\text{min}}} = \text{min}$)

⇒ Johnny hat sich mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $21.46 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ fortbewegt.

- d) Achtung: hier ist nicht gefragt wie viel Zeit eine Arbeiterin im Mittel für ein Bauteil benötigt. Stattdessen ist die mittlere Stückzeit am Fließband von Interesse. Da Arbeiterin A eine sehr kurze Stückzeit hat, produziert diese deutlich mehr Bauteile als beispielsweise Arbeiterin C. Dementsprechend werden mehr Bauteile mit einer Stückzeit von 0.2 min als mit einer Stückzeit von 0.8 min produziert. → Die einfache Bildung des arithmetischen Mittels über die vier Stückzeiten würde zu falschen Ergebnissen führen.

1. Möglichkeit: Berechne für jede Arbeiterin die produzierte Stückzahl pro Tag und insgesamt benötigte Zeit.

Stückzahl:

$$A : \frac{8 \cdot 60 \text{ min}}{0.2 \text{ min}} = 2400$$

$$B : \frac{8 \cdot 60 \text{ min}}{0.4 \text{ min}} = 1200$$

$$C : \frac{8 \cdot 60 \text{ min}}{0.8 \text{ min}} = 600$$

$$D : \frac{8 \cdot 60 \text{ min}}{0.5 \text{ min}} = 960$$

⇒ Insgesamt werden $2400 + 1200 + 600 + 960 = 5160$ Stück pro Tag gefertigt.

Arbeitszeit gesamt:

$$\underbrace{4}_{\text{Anzahl Arbeiterinnen}} \cdot \underbrace{8 \cdot 60 \text{ min}}_{\text{Zeit pro Arbeiterin}} = 1920 \text{ min}$$

⇒ Die Arbeitszeit beträgt insgesamt 1920 Minuten.

Mittlere Stückzeit

$$\frac{1920 \text{ min}}{5160 \text{ Stück}} \approx 0.37 \frac{\text{min}}{\text{Stück}}$$

2. Möglichkeit: Verwende harmonisches Mittel

Da alle Arbeiterinnen die gleiche Anzahl an Stunden beschäftigt sind, lässt sich das harmonische Mittel folgendermaßen vereinfachen:

$$\bar{x}_h = \frac{1}{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{0.2 \frac{\text{min}}{\text{Stück}}} + \frac{1}{0.4 \frac{\text{min}}{\text{Stück}}} + \frac{1}{0.8 \frac{\text{min}}{\text{Stück}}} + \frac{1}{0.5 \frac{\text{min}}{\text{Stück}}} \right)} \approx 0.37 \frac{\text{min}}{\text{Stück}}$$

3. Möglichkeit: Verwende gewichtetes arithmetisches Mittel

$$\bar{x}_\lambda = \frac{2400 \text{ Stück} \cdot 0.2 \frac{\text{min}}{\text{Stück}} + 1200 \text{ Stück} \cdot 0.4 \frac{\text{min}}{\text{Stück}} + 600 \text{ Stück} \cdot 0.8 \frac{\text{min}}{\text{Stück}} + 960 \text{ Stück} \cdot 0.5 \frac{\text{min}}{\text{Stück}}}{5160 \text{ Stück}} \approx 0.37 \frac{\text{min}}{\text{Stück}}$$

⇒ Die mittlere Stückzeit beträgt ca. 0.37 Minuten.