Dieses Blatt dient zur Vorbereitung auf die Veranstaltung Maß- und Wahrscheinlichkeitstheorie. Der Fokus liegt dabei weniger auf dem Inhalt als vielmehr auf der zugrunde liegenden Technik.

Dem Inhalt liegen Aspekte u.a. aus den Kapiteln 1, 4 und 7 aus O. Forster (2011): *Analysis 1*, Vieweg+Teubner Verlag zugrunde.

Aufgabe 1

Schreiben Sie die folgenden Sätze soweit es geht in mathematischer Notation:

a) Eine reelle Zahl X heißt Grenzwert einer reellen Folge (X_n), genau dann wenn es zu jeder positive reelle Zahl ε ein Folgenglied gibt, so dass ab diesem alle betragsmäßigen Abweichung der Folgenglieder und X kleiner als ε sind.

b) Eine reelle Zahl h heißt Häufungspunkt einer reellen Folge (X_n), genau dann wenn es für jede positive Zahl ε und es zu jeder natürlichen Zahlen n eine mindestens ebenso große natürliche Zahl m gibt, so dass die betragsmäßigen Abweichungen des Folgengliedes X_m von h kleiner als ε ist.

Aufgabe 2

Schreiben Sie in eigenen Worten, was die Mengen charakterisiert.

a) $\Big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, x = |y|\Big\}$

b) Sei $a \in \mathbb{R}$ und $\varepsilon > 0$ gegeben: $\Big\{x \in \mathbb{R} : |a - x| < \varepsilon\Big\}$

c) $\Big\{y \in \mathbb{R} : y = \max\Big(|\cos(x)|, |\sin(x)|\Big),\ \forall x \in \mathbb{R}\Big\}$

Aufgabe 3

Zeigen Sie die mit Hilfe des Majoranten-Kriteriums die folgende Behauptung:

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge reeller Zahlen mit $|a_n| \leq M$, für alle $n \in \mathbb{N}$. Für jedes $x \in \mathbb{R}$ mit $|x| < 1$ konvergiert die Reihe

$$r(x) := \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n \ .$$

Aufgabe 4

Betrachten Sie die folgende Abbildung T:

$$T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2\,, \qquad (x, y) \longmapsto T(x, y) = (x + 2y, x + y)\ .$$

a) Bestimmen Sie die Jakobi-Matrix.

b) Bestimmen Sie die Umkehrabbildung T^{-1}:

c) Bestimmen Sie die Jakobimatrix der Umkehrabbildung