

Lösungsvorschlag Aufgabe 4

Zeigen, dass für P Maß-Eigenschaft 2 (M2) gilt:

Betrachte Folge disjunkter Mengen A_j , $j = 1, \dots, m$. Es gilt:

$$\begin{aligned} P\left(\bigcup_{j=1}^m A_j\right) &= \sum_{k=1}^n \alpha_k \delta_k\left(\bigcup_{j=1}^m A_j\right) \stackrel{\text{(M2) von } \delta_k}{=} \sum_{k=1}^n \alpha_k \sum_{j=1}^m \delta_k(A_j) = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^m \alpha_k \delta_k(A_j) \\ &= \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \alpha_k \delta_k(A_j) = \sum_{j=1}^m P(A_j) \end{aligned}$$

Nachdem (M1) und (M2) gelten, ist P tatsächlich ein Maß.