

Dieses Aufgabenblatt soll Sie in die Schätzung Linearer Gemischter Modelle (Linear Mixed Models) einführen. Die zu bearbeitenden Aufgaben beziehen sich auf die Inhalte der dritten Vorlesungsfolien.

Aufgabe 1:

In dieser Aufgabe beschäftigen wir uns erneut mit dem Datensatz `rats` (siehe Blatt 1, Aufg. 1). Verwenden Sie den auf der Homepage verfügbaren Code, um `rats.long.RData` in R zu laden, sowie für die anschließende Analyse vorzubereiten.

- a) Berechnen Sie mithilfe der Funktion `lme()` ein lineares gemischtes Modell mit linearem Trend in `logT` und subjekt-spezifischen zufälligen Intercepts.
 - i) Formulieren Sie das zugrundeliegende Modell für den Responsevektor \mathbf{Y}_i der i -ten Ratte und geben Sie die Dimensionen aller Komponenten an.
 - ii) Wie groß ist die geschätzte marginale Korrelation zwischen zwei Messungen an derselben Ratte? *Hinweis:* Die Funktion `getVarCov()` könnte behilflich sein.
 - iii) Wie groß ist die geschätzte bedingte Korrelation von zwei Messungen an derselben Ratte?
- b) Um grafisch zu überprüfen, ob auch subjekt-spezifische Trends sinnvoll wären, schätzen Sie mit der Funktion `lmList()` für jede Ratte mit mindestens 3 Messungen ein separates lineares Modell und plotten Sie mithilfe der Funktion `plot(intervals())` die Schätzer und Konfidenzintervalle für den Intercept und für `logT`. *Hinweis:* Der Datensatz muss als `groupedData`-Objekt mit Gruppierungsvariable `SUBJECT` vorliegen.
 - i) Wieso sind separate lineare Modelle für die einzelnen Ratten nur für eine solche Veranschaulichung geeignet?
 - ii) Da sich auch eine recht große Streuung in den Schätzern für `logT` erkennen lässt, fitten Sie nun ein lineares gemischtes Modell mit linearem Trend in `logT` und subjekt-spezifischen zufälligen Intercepts und Trends. Verwenden Sie für bessere Vergleichbarkeit auch nur die Ratten mit mindestens 3 Messungen.
 - iii) Bestimmen Sie die geschätzte Kovarianzmatrix $\hat{\mathbf{D}}$ der zufälligen Effekte. Wie groß ist die geschätzte Korrelation zwischen den zufälligen Intercepts und Slopes?
 - iv) Vergleichen Sie nun die Parameterschätzungen und die gefitteten Werte der subjekt-spezifischen linearen Modelle und des linearen gemischten Modells aus ii) mithilfe von `plot(compareFits())` und `plot(comparePred())`. Beschreiben Sie, was Ihnen auffällt und benennen und erklären Sie den Effekt.