

**Aufgabe 1:** Robuste Standardfehler im LLMM

Vorbereitungen: Laden Sie den Datensatz `einkommen.txt` von der Homepage in R ein. Der Datensatz enthält das Einkommen [in Tsd. €] von 200 Personen, welches im Alter von 30/40/50/60 Jahren erhoben wurde. Die Daten wurden per Simulation erzeugt und weisen über die vier Messzeitpunkte folgende Korrelationsstruktur auf:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.8 & 0.5 & 0.3 \\ 0.8 & 1 & 0.8 & 0.5 \\ 0.5 & 0.8 & 1 & 0.8 \\ 0.3 & 0.5 & 0.8 & 1 \end{pmatrix}$$

Laden Sie außerdem die Funktion `computeCovMatrix` von der Homepage, mit welcher Sie die robuste Kovarianzmatrix der  $\hat{\beta}$  für ein Modell berechnen können.

- a) Fitten Sie ein `lme`-Modell, in welchem Sie das Einkommen durch das Alter sowie einem Random Intercept pro Person modellieren. Fitten Sie das Modell unter der (falschen) Annahme, dass die Beobachtungen innerhalb der Subjekte unkorreliert sind (default-Einstellung in `lme`). Berechnen Sie die robuste Kovarianzmatrix der fixed effects und vergleichen Sie sie mit der unrobusten Kovarianzmatrix. Überprüfen Sie außerdem, ob die geschätzte marginale Korrelationsmatrix der Beobachtungen innerhalb der Subjekte der obigen Matrix  $R$  entspricht.
- b) Fitten Sie nun dasselbe Modell mit einer unstrukturierten Korrelationsstruktur. Vergleichen Sie wieder die robuste mit der unrobusten Kovarianzmatrix und überprüfen Sie die geschätzte marginale Korrelationsmatrix.

**Aufgabe 2:** Die `anova.lme`-Funktion

Vorbereitungen: Laden Sie den Beispiel-Datensatz `BodyWeight` aus dem `nlme`-Paket mittels `data(BodyWeight)` in R.

In dieser Aufgabe sollen Sie verschiedene Hypothesen bzgl. LMMs testen. Verwenden Sie für alle Tests die Funktion `anova.lme`. Als Ausgangsmodell dient das Modell `m1`, in dem das Gewicht der Ratten durch die Ernährungsart, die Zeitvariable, eine Interaktion der beiden Variablen sowie einem Random Intercept pro Ratte modelliert werden soll. Stellen Sie pro Test Null- und Alternativhypothese auf.

- a) Machen Sie sich in der Hilfe mit `anova.lme` vertraut. Welche Arten von Hypothesen kann man mit der Funktion testen?

**b)** *Testen linearen Hypothesen*

Testen Sie, ob die Haupteffekte von `Diet2` und `Diet3` in `m1` signifikant unterschiedlich sind. Was bedeutet die Nullhypothese inhaltlich?

**c)** *Testen von fixed effects*

Vergleichen Sie `m1` mit dem neuen Modell `m2`, welches nur aus einem Haupteffekt der Zeitvariable sowie einem Random Intercept besteht. Benutzen Sie hierfür einen LQ-Test. Was ist allgemein zu beachten, wenn im LQ-Test zwei bzgl. der fixed effects genesteter Modelle verglichen werden?

**d)** *Testen von random effects*

Vergleichen Sie `m1` mit dem neuen Modell `m3`, welches im Vergleich zu `m1` noch einen zusätzlichen Random Slope für die Zeitvariable enthält. Benutzen Sie hierfür einen LQ-Test. Was ist allgemein zu beachten, wenn im LQ-Test zwei bzgl. der random effects genesteter Modelle verglichen werden?