

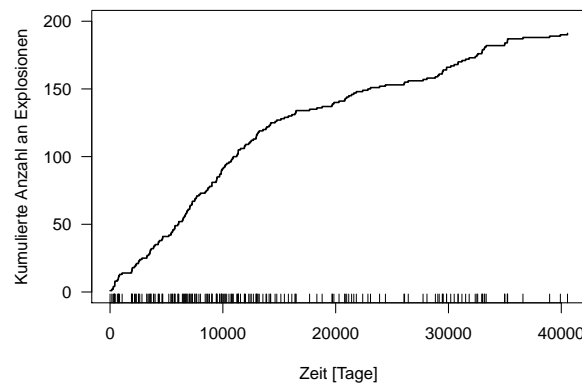
Aufgabe 1

Schreiben Sie in R eine Funktion, welche die Pfade des homogenen Poisson-Prozesses für gegebene Intensitäten λ simuliert und visualisiert.

Hinweis: Benutzen Sie dabei die Eigenschaft aus Satz 1.3 im Skript.

Aufgabe 2

Zwischen dem 15. März 1851 und dem 22. März 1962 ($t = 40550$ Tage) ereigneten sich in Großbritannien insgesamt $N(t) = 191$ Explosionen im Kohlebergbau, wobei mindestens 10 Personen tödlich verunglückten. Auf der Homepage finden Sie den Datensatz *coal.dat* mit den genauen Explosionszeitpunkten (in Tagen). Die folgende Abbildung bietet einen ersten Überblick über die Daten:



Aus statistischer Sicht lässt sich die vorliegende Situation als Poisson-Prozess auffassen.

- Bestimmen Sie den Maximum-Likelihood-Schätzer $\hat{\lambda}_{ML}$ unter Annahme eines homogenen Poisson-Prozesses.
- Zeichnen Sie in R ein Histogramm der Verteilung der Zwischenzeiten und zeichnen Sie zusätzlich auch die Dichte der Exponentialverteilung mit Rate $\hat{\lambda}_{ML}$ ein. Erscheint Ihnen die Annahme eines homogenen Poisson-Prozesses gerechtfertigt?
- Anstelle einer visuellen Überprüfung soll jetzt auch ein statistischer Test durchgeführt werden, um zu überprüfen, ob ein homogener Poisson-Prozess vorliegt. Testen Sie dazu mit Hilfe eines Kolmogoroff-Smirnov-Tests in R, ob die Zwischenzeiten T_n einer Exponentialverteilung mit Parameter $\hat{\lambda}_{ML}$ folgen, also $T_n \stackrel{iid}{\sim} Exp(\hat{\lambda}_{ML})$.

Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass die bedingte Verteilung der Ankunftszeit $S_1 | N(t) = 1$ bei einem homogenen Poisson-Prozess einer Gleichverteilung auf $[0, t]$ entspricht.

Hinweis: Bestimmen Sie dazu $P(S_1 \leq s | N(t) = 1)$, $s < t$.